ALEJANDRÍA
ACADEMIA DIGITAL

$i^2 = -1$

$z=a+bi$ $\qquad$ $e^z = e^{a+bi} = e^a e^{bi}$

$\cos\alpha = \dfrac{e^{i\alpha}+e^{-i\alpha}}{2}$ $\qquad$ $\text{sen}\,\alpha = \dfrac{e^{i\alpha}-e^{-i\alpha}}{2i}$

$$e^{i\alpha} = \cos\alpha + i\,\text{sen}\,\alpha$$

NOTACIÓN EXPONENCIAL DE NÚMEROS COMPLEJOS

ÁLGEBRA CBC (INGENIERÍA)

EFRAÍN CAMACHO

ALEJANDRÍA
ACADEMIA DIGITAL

NOTACIÓN EXPONENCIAL DE NÚMEROS COMPLEJOS

Si $z \in C$, $z = |z|\,(\cos(\alpha) + i\,\mathrm{sen}(\alpha))$, la notación exponencial de z es:

$$z = |z|e^{i\alpha}.$$

ALEJANDRÍA
ACADEMIA DIGITAL

EJERCICIO

Hallar el módulo y el argumento de z y expresar a z con la notación exponencial:

a) $z_1 = \sqrt{7}$

b) $z_2 = -2$

c) $z_3 = -6i$

d) $z_4 = 2 + 2i$

e) $z_5 = \sqrt{3} + i$

f) $z_6 = -1 - \sqrt{3}i$

g) $z_7 = -3\left(cos\frac{17}{5}\pi + isen\frac{17}{5}\pi\right)$

h) $z_8 = cos\frac{7}{4}\pi - isen\frac{7}{4}\pi$

a) $z_1 = \sqrt{7}$

$$|z_1| = \sqrt{(\sqrt{7})^2 + 0^2} = \sqrt{7}$$

$$cos(arg(z)) = \frac{a}{|z|} \rightarrow cos(arg(z)) = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}} = 1$$

$$arg(z) = 0$$

$$z_1 = \sqrt{7}(cos(0) + isen(0))$$

$$z_1 = |z|e^{i\alpha} = \sqrt{7}e^{i(0)} = \sqrt{7}$$

b) $z_2 = -2$

$$|z_2| = \sqrt{(-2)^2 + 0^2} = 2$$

$$cos(arg(z)) = \frac{a}{|z|} \rightarrow cos(arg(z)) = \frac{-2}{2} = -1$$

$$arg(z) = \pi$$

$$z_2 = 2(cos(\pi) + isen(\pi))$$

$$z_2 = |z|e^{i\alpha} = 2e^{i(\pi)}$$

ALEJANDRÍA
ACADEMIA DIGITAL

EJERCICIO

Hallar el módulo y el argumento de z y expresar a z con la notación exponencial:

a) $z_1 = \sqrt{7}$

b) $z_2 = -2$

c) $z_3 = -6i$

d) $z_4 = 2 + 2i$

e) $z_5 = \sqrt{3} + i$

f) $z_6 = -1 - \sqrt{3}i$

g) $z_7 = -3\left(\cos\frac{17}{5}\pi + i\operatorname{sen}\frac{17}{5}\pi\right)$

h) $z_8 = \cos\frac{7}{4}\pi - i\operatorname{sen}\frac{7}{4}\pi$

c) $z_3 = -6i$

$$|z_3| = \sqrt{0^2 + (-6)^2} = 6$$

$$\cos(arg(z)) = \frac{a}{|z|} \to \cos(arg(z)) = \frac{0}{6} = 0$$

$$arg(z) = \pi/2$$

$$z_3 = 6(\cos(\pi/2) + i\operatorname{sen}(\pi/2))$$

$$z_3 = |z|e^{i\alpha} = 6e^{i(\pi/2)}$$

d) $z_4 = 2 + 2i$

$$|z_4| = \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{8}$$

$$\cos(arg(z)) = \frac{a}{|z|} \to \cos(arg(z)) = \frac{2}{\sqrt{8}} = 0,707$$

$$arg(z) = \pi/4$$

$$z_3 = \sqrt{8}(\cos(\pi/4) + i\operatorname{sen}(\pi/4))$$

$$z_3 = |z|e^{i\alpha} = \sqrt{8}e^{i(\pi/4)}$$

EJERCICIO

Hallar el módulo y el argumento de z y expresar a z con la notación exponencial:

a) $z_1 = \sqrt{7}$

b) $z_2 = -2$

c) $z_3 = -6i$

d) $z_4 = 2 + 2i$

e) $z_5 = \sqrt{3} + i$

f) $z_6 = -1 - \sqrt{3}i$

g) $z_7 = -3\left(\cos\frac{17}{5}\pi + i\operatorname{sen}\frac{17}{5}\pi\right)$

h) $z_8 = \cos\frac{7}{4}\pi - i\operatorname{sen}\frac{7}{4}\pi$

e) $z_5 = \sqrt{3} + i$

$$|z_5| = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + (1)^2} = 2$$

$$\cos(arg(z)) = \frac{a}{|z|} \rightarrow \cos(arg(z)) = \frac{\sqrt{3}}{2} = 0,866$$

$$arg(z) = \pi/6$$

$$z_5 = 2(\cos(\pi/6) + i\operatorname{sen}(\pi/6))$$

$$z_5 = |z|e^{i\alpha} = 2e^{i(\pi/6)}$$

f) $z_6 = -1 - \sqrt{3}i$

$$|z_6| = \sqrt{(-1)^2 + (-\sqrt{3})^2} = 2$$

$$\cos(arg(z)) = \frac{a}{|z|} \rightarrow \cos(arg(z)) = \frac{-1}{2} = -0,5$$

$$arg(z) = 2\pi/3$$

$$z_6 = 2(\cos(2\pi/3) + i\operatorname{sen}(2\pi/3))$$

$$z_6 = |z|e^{i\alpha} = 2e^{i(2\pi/3)}$$

ALEJANDRÍA
ACADEMIA DIGITAL

EJERCICIO

Hallar el módulo y el argumento de z y expresar a z con la notación exponencial:

a) $z_1 = \sqrt{7}$

b) $z_2 = -2$

c) $z_3 = -6i$

d) $z_4 = 2 + 2i$

e) $z_5 = \sqrt{3} + i$

f) $z_6 = -1 - \sqrt{3}i$

g) $z_7 = -3\left(\cos\frac{17}{5}\pi + i\,\mathrm{sen}\frac{17}{5}\pi\right)$

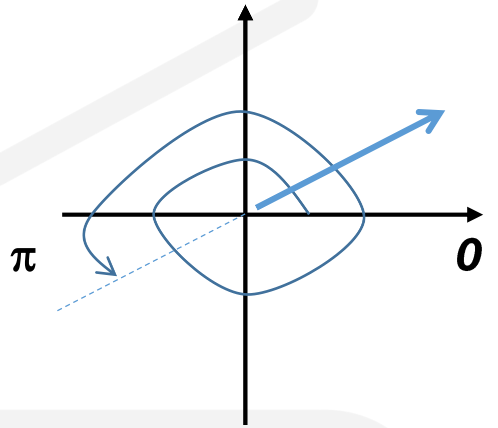
h) $z_8 = \cos\frac{7}{4}\pi - i\,\mathrm{sen}\frac{7}{4}\pi$

g) $z_7 = -3\left(\cos\frac{17}{5}\pi + i\,\mathrm{sen}\frac{17}{5}\pi\right)$

Hay que ver qué significa $\frac{17}{5}\pi$

Si se divide 17 por 5, quedaría como cociente 3 y como residuo 2. Lo que significa que:

$$\frac{17}{5}\pi = 3\pi + \frac{2}{5}\pi$$



El módulo es 3 y el argumento es $\frac{2}{5}\pi$.

$z_7 = |z|e^{i\alpha} = 3e^{i(2\pi/5)}$

EJERCICIO

Hallar el módulo y el argumento de z y expresar a z con la notación exponencial:

a) $z_1 = \sqrt{7}$

b) $z_2 = -2$

c) $z_3 = -6i$

d) $z_4 = 2 + 2i$

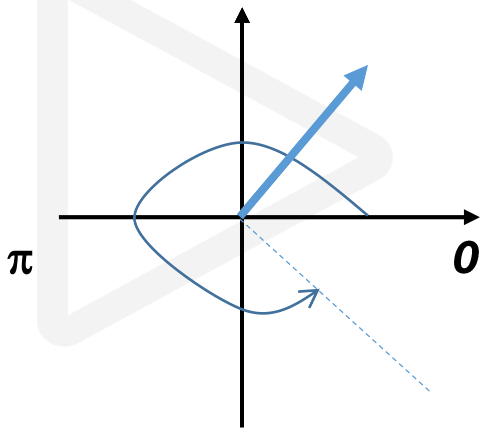
e) $z_5 = \sqrt{3} + i$

f) $z_6 = -1 - \sqrt{3}i$

g) $z_7 = -3\left(\cos\frac{17}{5}\pi + i\operatorname{sen}\frac{17}{5}\pi\right)$

h) $z_8 = \cos\frac{7}{4}\pi - i\operatorname{sen}\frac{7}{4}\pi$

h) $z_8 = \cos\frac{7}{4}\pi - i\operatorname{sen}\frac{7}{4}\pi$



El módulo es 1 y el argumento es $\frac{1}{4}\pi$.

$z_8 = |z|e^{i\alpha} = e^{i(\pi/4)}$

ALEJANDRÍA
ACADEMIA DIGITAL

GRACIAS POR TU ATENCIÓN