ALEJANDRÍA
ACADEMIA DIGITAL

$$\begin{cases} x+3y=7 \\ 5x-y=3 \end{cases} \quad \begin{bmatrix} 1 & 3 & 7 \\ 5 & -1 & 3 \end{bmatrix}$$

MATRICES: EJERCICIOS TIPO PARCIAL Y FINAL

ÁLGEBRA CBC (INGENIERÍA)

EFRAÍN CAMACHO

Hallar todos los $k \in R$ tales que el sistema

$$S: \begin{cases} x + 2y - 2z = 3 \\ 2y - 8z = -2 \\ -6x - 13y + k^2 z = -5k + 3 \end{cases}$$

tenga única solución. Para k = 1 hallar, si existen, las soluciones del sistema.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -2 & 3 \\ 0 & 2 & -8 & -2 \\ -6 & -13 & k^2 & -5k+3 \end{array}\right) \xrightarrow{F_3+6F_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -2 & 3 \\ 0 & 2 & -8 & -2 \\ 0 & -1 & k^2-12 & -5k+21 \end{array}\right) \xrightarrow{F_3+\frac{1}{2}F_2}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -2 & 3 \\ 0 & 2 & -8 & -2 \\ 0 & 0 & k^2-16 & -5k+20 \end{array}\right)$$

$$k^2 - 16 = 0 \rightarrow k^2 = 16 \rightarrow k = 4 \text{ o } k = -4$$

$$-5k + 20 = 0 \rightarrow -5k = -20 \rightarrow k = 4$$

Si k = 4 el sistema es compatible indeterminado (infinitas soluciones).

Si k = -4 el sistema es incompatible (no tiene solución).

Por lo tanto, el sistema es compatible determinado (única solución) si x ≠ 4 y x ≠ -4.

Hallar todos los $k \in R$ tales que el sistema

$$S: \begin{cases} x + 2y - 2z = 3 \\ 2y - 8z = -2 \\ -6x - 13y + k^2 z = -5k + 3 \end{cases}$$

tenga única solución. Para $k = 1$ hallar, si existen, las soluciones del sistema.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -2 & 3 \\ 0 & 2 & -8 & -2 \\ 0 & 0 & k^2 - 16 & -5k + 20 \end{array}\right)$$

$k = 4$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -2 & 3 \\ 0 & 2 & -8 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \rightarrow \mathit{Tiene\ infinitas\ soluciones}(SCI)$$

$k = -4$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -2 & 3 \\ 0 & 2 & -8 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 40 \end{array}\right) \rightarrow \mathit{No\ tiene\ soluci\acute{o}n}(SI)$$

Para todos los demás valores de k tiene única solución

ALEJANDRÍA ACADEMIA DIGITAL

Hallar todos los $k \in R$ tales que el sistema

$$S: \begin{cases} x + 2y - 2z = 3 \\ 2y - 8z = -2 \\ -6x - 13y + k^2 z = -5k + 3 \end{cases}$$

tenga única solución. Para $k = 1$ hallar, si existen, las soluciones del sistema.

Si $k = 1$:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -2 & 3 \\ 0 & 2 & -8 & -2 \\ 0 & 0 & k^2 - 16 & -5k + 20 \end{array}\right) \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -2 & 3 \\ 0 & 2 & -8 & -2 \\ 0 & 0 & -15 & 15 \end{array}\right) \rightarrow \begin{cases} x + 2y - 2z = 3 \\ 2y - 8z = -2 \\ -15z = 15 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} \\ \\ z = -1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2y - 8(-1) = -2 \rightarrow 2y + 8 = -2 \rightarrow 2y = -10 \rightarrow y = -5 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} x + 2(-5) - 2(-1) = 3 \rightarrow x - 10 + 2 = 3 \rightarrow x = 11 \\ \end{cases}$$

ALEJANDRÍA
ACADEMIA DIGITAL

Sea A = $\begin{pmatrix} 1 & k & 2 \\ 3 & 1+3k & 10 \\ 2 & 3+2k & k^2 \end{pmatrix}$***, encontrar todos los valores de k ∈ R para los cuales el sistema A·X =*** $\begin{pmatrix} 0 \\ k \\ 12 \end{pmatrix}$ ***tiene infinitas soluciones. Para los valores encontrados, resolver el sistema.***

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & k & 2 & 0 \\ 3 & 1+3k & 10 & k \\ 2 & 3+2k & k^2 & 12 \end{array}\right) \xrightarrow{F_2-3F_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & k & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & k \\ 2 & 3+2k & k^2 & 12 \end{array}\right) \xrightarrow{F_3-2F_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & k & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & k \\ 0 & 3 & k^2-4 & 12 \end{array}\right)$$

$$\xrightarrow{F_3-3F_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & k & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & k \\ 0 & 0 & k^2-16 & 12-3k \end{array}\right)$$

Para que este sistema sea compatible determinado (infinitas soluciones), tanto k² – 16 como 12 – 3k deben ser iguales a 0:

$$k^2 - 16 = 0 \rightarrow k^2 = 16 \rightarrow k = 4 \text{ o } k = -4$$

$$12 - 3k = 0 \rightarrow -3k = -12 \rightarrow 3k = 12 \rightarrow k = 4$$

La única solución común es k = 4.

Este es el valor de k para que el sistema tenga infinitas soluciones.

Sea A = $\begin{pmatrix} 1 & k & 2 \\ 3 & 1+3k & 10 \\ 2 & 3+2k & k^2 \end{pmatrix}$, encontrar todos los valores de k ∊ R para los cuales el sistema A·X = $\begin{pmatrix} 0 \\ k \\ 12 \end{pmatrix}$ tiene infinitas soluciones. Para los valores encontrados, resolver el sistema.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & k & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & k \\ 0 & 0 & k^2-16 & 12-3k \end{array}\right)$$

$k^2 - 16 = 0 \rightarrow k^2 = 16 \rightarrow k = 4$ o $k = -4$

$12 - 3k = 0 \rightarrow -3k = -12 \rightarrow 3k = 12 \rightarrow k = 4$

Si k = 4 $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 4 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) SCI(Infinitas\ soluciones)$

Si k = -4 $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -4 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 24 \end{array}\right) SI(No\ tiene\ solución)$

Si k ≠ 4 y k ≠ -4 SCD (Tiene una única solución).

ALEJANDRÍA ACADEMIA DIGITAL

Sea $A = \begin{pmatrix} 1 & k & 2 \\ 3 & 1+3k & 10 \\ 2 & 3+2k & k^2 \end{pmatrix}$, encontrar todos los valores de $k \in R$ para los cuales el sistema $A \cdot X = \begin{pmatrix} 0 \\ k \\ 12 \end{pmatrix}$ tiene infinitas soluciones. Para los valores encontrados, resolver el sistema.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & k & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & k \\ 0 & 0 & k^2-16 & 12-3k \end{array}\right)$$

Como k = 4:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 4 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \to \begin{cases} x+4y+2z=0 \\ y+4z=4 \\ 0=0 \end{cases} \to \begin{cases} \\ y=4-4z \end{cases} \to$$

$$\begin{cases} x+4(4-4z)+2z=0 \to x+16-16z+2z=0 \to x-14z+16=0 \to x=14z-16 \\ \end{cases}$$

Las soluciones del sistema son de la forma (14z - 16,4 - 4z,z) = (-16,4,0) + z(14,-4,1)

Sol: $(x,y,z) \in R^3$ / (x,y,z) = (-16,4,0) + λ(14,-4,1)

ALEJANDRÍA
ACADEMIA DIGITAL

GRACIAS POR TU ATENCIÓN