

NÚMEROS COMPLEJOS: FORMA POLAR O TRIGONOMÉTRICA (PARTE 2)

ÁLGEBRA CBC (INGENIERÍA)
EFRAÍN CAMACHO

$$z = |z| \cdot (\cos(\alpha) + i \cdot \sin(\alpha))$$

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\alpha = \arctan\left(\frac{b}{a}\right)$$

EJERCICIO

Escribir en forma binómica todos los $z \in \mathbb{C}$ tales que $z^2 - 2z + 5 = 0$.

Se resuelve la ecuación de 2º grado:

$$z = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \rightarrow z = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4(1)(5)}}{2(1)} \rightarrow z = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 20}}{2} \rightarrow$$

$$z = \frac{2 \pm \sqrt{-16}}{2} \rightarrow z = \frac{2 \pm \sqrt{16(-1)}}{2} \rightarrow z = \frac{2 \pm 4i}{2} \rightarrow$$

$$z_1 = \frac{2 + 4i}{2} = 1 + 2i$$

$$z_2 = \frac{2 - 4i}{2} = 1 - 2i$$

EJERCICIO

Escribir en forma binómica todos los $z \in \mathbb{C}$ tales que $z(z + 1) = 5 + 5i$.

$$\begin{aligned}z^2 + z &= 5 + 5i \\z^2 + z - 5 - 5i &= 0\end{aligned}$$

Se resuelve la ecuación de 2º grado:

$$\begin{aligned}z &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \rightarrow z = \frac{-(1) \pm \sqrt{(1)^2 - 4(1)(-5 - 5i)}}{2(1)} \rightarrow \\z &= \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 20 + 20i}}{2} \rightarrow z = \frac{-1 \pm \sqrt{21 + 20i}}{2}\end{aligned}$$

Se tiene que calcular $\sqrt{21 + 20i}$

EJERCICIO

Escribir en forma binómica todos los $z \in \mathbb{C}$ tales que $z(z + 1) = 5 + 5i$.

Se tiene que calcular $\sqrt{21 + 20i}$

$w = 21 + 20i$.

Como la raíz es cuadrada, existen dos resultados (para $k = 0$ y para $k = 1$).

$$|w| = \sqrt{21^2 + 20^2} = \sqrt{441 + 400} = \sqrt{841} = 29$$

$$\cos(\arg(w)) = \frac{a}{|w|} \rightarrow \cos(\arg(w)) = \frac{21}{29}$$

$$\operatorname{sen}(\arg(w)) = \frac{b}{|w|} \rightarrow \operatorname{sen}(\arg(w)) = \frac{20}{29}$$

$$\arg(w) = 0,761 \text{ rad}$$

Hay que trabajar con el ángulo en radianes.

$$z = |w|^{\frac{1}{n}} \left(\cos\left(\frac{\arg(w) + 2k\pi}{n}\right) + i \operatorname{sen}\left(\frac{\arg(w) + 2k\pi}{n}\right) \right)$$

EJERCICIO

Escribir en forma binómica todos los $z \in \mathbb{C}$ tales que $z(z + 1) = 5 + 5i$.

$$|w| = 29$$

$$\arg(w) = 0,761 \text{ 0rad}$$

$$z = |w|^{\frac{1}{n}} \left(\cos \left(\frac{\arg(w) + 2k\pi}{n} \right) + i \operatorname{sen} \left(\frac{\arg(w) + 2k\pi}{n} \right) \right)$$

$$z_0 = 29^{\frac{1}{2}} \left(\cos \left(\frac{0,761 + 2(0)\pi}{2} \right) + i \operatorname{sen} \left(\frac{0,761 + 2(0)\pi}{2} \right) \right) \rightarrow$$

$$z_0 = \sqrt{29} \left(\cos \left(\frac{0,761}{2} \right) + i \operatorname{sen} \left(\frac{0,761}{2} \right) \right) \rightarrow$$

$$z_0 = \sqrt{29} (\cos(0,3805) + i \operatorname{sen}(0,3805))$$

$$z_0 = 5 + 2i$$

EJERCICIO

Escribir en forma binómica todos los $z \in \mathbb{C}$ tales que $z(z + 1) = 5 + 5i$.

$$|w| = 29$$

$$\arg(w) = 0,761 \text{ 0rad}$$

$$z = |w|^{\frac{1}{n}} \left(\cos \left(\frac{\arg(w) + 2k\pi}{n} \right) + i \operatorname{sen} \left(\frac{\arg(w) + 2k\pi}{n} \right) \right)$$

$$z_1 = 29^{\frac{1}{2}} \left(\cos \left(\frac{0,761 + 2(1)\pi}{2} \right) + i \operatorname{sen} \left(\frac{0,761 + 2(1)\pi}{2} \right) \right) \rightarrow$$

$$z_1 = \sqrt{29} \left(\cos \left(\frac{7,044}{2} \right) + i \operatorname{sen} \left(\frac{7,044}{2} \right) \right) \rightarrow$$

$$z_1 = \sqrt{29} (\cos(3,522) + i \operatorname{sen}(3,522))$$

$$z_1 = -5 - 2i$$

EJERCICIO

Escribir en forma binómica todos los $z \in \mathbb{C}$ tales que $z(z + 1) = 5 + 5i$.

$$z_0 = 5 + 2i$$

$$z = \frac{-1 \pm \sqrt{21 + 20i}}{2} \rightarrow z = \frac{-1 \pm (5 + 2i)}{2} \rightarrow$$

$$z_1 = \frac{-1 + (5 + 2i)}{2} \rightarrow z_1 = \frac{4 + 2i}{2} \rightarrow z_1 = 2 + i$$

$$z_2 = \frac{-1 - (5 + 2i)}{2} \rightarrow z_1 = \frac{-6 - 2i}{2} \rightarrow z_2 = -3 - i$$

$$z_1 = -5 - 2i$$

$$z_1 = \frac{-1 + (-5 - 2i)}{2} \rightarrow z_1 = \frac{-6 - 2i}{2} \rightarrow z_1 = -3 - i$$

$$z_2 = \frac{-1 - (-5 - 2i)}{2} \rightarrow z_1 = \frac{4 + 2i}{2} \rightarrow z_2 = 2 + i$$

$$z = 2 + i; z = -3 - i$$



ALEJANDRÍA
ACADEMIA DIGITAL



GRACIAS POR TU ATENCIÓN

