ALEJANDRÍA
ACADEMIA DIGITAL

$$\begin{cases} x+3y=7 \\ 5x-y=3 \end{cases} \quad \begin{bmatrix} 1 & 3 & 7 \\ 5 & -1 & 3 \end{bmatrix}$$

MATRICES: INVERSA DE UNA MATRIZ

ÁLGEBRA CBC (INGENIERÍA)
EFRAÍN CAMACHO

DEFINICIONES Y PROPIEDADES

La matriz identidad $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \end{pmatrix} \in R^{nxn}$ *verifica que* $AI = IA$ *para toda matriz cuadrada* $A \in R^{nxn}$*. La matriz* I *es el elemento neutro para el producto en* R^{nxn}*.*

Una matriz cuadrada $A \in R^{nxn}$ *es inversible si existe* $B \in R^{nxn}$ *tal que* $AB = BA = I$*. Cuando* B *existe, es única. Se llama matriz inversa y se nota* $B = A^{-1}$*.*

Si $A \in R^{nxn}$*, las siguientes afirmaciones son equivalentes:*

a) *A es inversible.*

b) $Ax = b$ *tiene solución única, cualquiera sea* $b \in R^{nx1}$*.*

c) $Ax = 0$ *tiene únicamente la solución trivial.*

d) *A es equivalente por filas a* $I \in R^{nxn}$*.*

ALEJANDRÍA
ACADEMIA DIGITAL

Determinar cuáles de las siguientes matrices son inversibles y exhibir la inversa cuando exista

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Si A es inversible, entonces Ax = 0 tiene únicamente la solución trivial.

$$\left(\begin{array}{cc|c} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{array}\right) \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases} \quad (Se\ cumple)$$

Como es inversible, entonces $A \cdot A^{-1} = I$. Sea $A^{-1} = \begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix}$:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \\ z = 0 \\ t = 1 \end{cases}$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

EJERCICIO

ALEJANDRÍA
ACADEMIA DIGITAL

Determinar cuáles de las siguientes matrices son inversibles y exhibir la inversa cuando exista

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$$

Si A es inversible, entonces Ax = 0 tiene únicamente la solución trivial.

$$\left(\begin{array}{cc|c} 1 & 2 & 0 \\ -1 & -2 & 0 \end{array}\right) \to \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \to \begin{cases} x + 2y = 0 \\ 0 = 0 \end{cases} \to$$

$$x = -2y \ (No\ se\ cumple)$$

No es inversible.

EJERCICIO

ALEJANDRÍA
ACADEMIA DIGITAL

Determinar cuáles de las siguientes matrices son inversibles y exhibir la inversa cuando exista

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Sea B = $\begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix}$:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} x+2z & y+2t \\ z & t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} x + 2z = 1 \\ y + 2t = 0 \\ z = 0 \\ t = 1 \end{cases} \to \begin{cases} x + 2(0) = 1 \\ y + 2(1) = 0 \end{cases} \to \begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \end{cases}$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

EJERCICIO

ALEJANDRÍA
ACADEMIA DIGITAL

GRACIAS POR TU ATENCIÓN