ALEJANDRÍA
ACADEMIA DIGITAL

$$z = |z| \cdot (\cos(\alpha) + i \cdot \sin(\alpha))$$

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\alpha = \arctan\left(\frac{b}{a}\right)$$

NÚMEROS COMPLEJOS: FORMA POLAR O TRIGONOMÉTRICA (PARTE 1)

ÁLGEBRA CBC (INGENIERÍA)

EFRAÍN CAMACHO

ALEJANDRÍA
ACADEMIA DIGITAL

FORMA POLAR O TRIGONOMÉTRICA DE NÚMEROS COMPLEJOS

Si $z = a + bi$, $z \neq 0$, el argumento de z es el número real $\arg(z)$ tal que:

$$0 \leq \arg(z) < 2\pi,\ \cos(\arg(z)) = \frac{a}{|z|} \text{ y } \operatorname{sen}(\arg(z)) = \frac{b}{|z|}$$

La forma polar o trigonométrica de z es:

$$z = |z|\,(\cos(\arg(z)) + i\,\operatorname{sen}(\arg(z)))$$

Sean $z, w \in C$, $z \neq 0$, $w \neq 0$. Si $z = |z|\,(\cos(\alpha) + i\,\operatorname{sen}(\alpha))$ y $w = |w|\,(\cos(\beta) + i\,\operatorname{sen}(\beta))$, entonces:

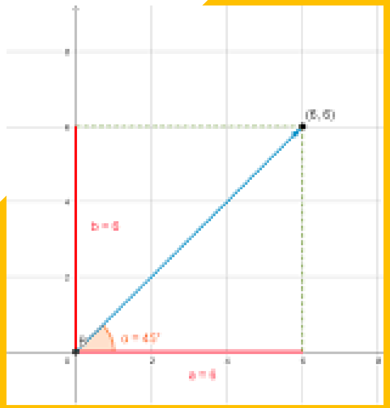
$$zw = |z|\,|w|\,(\cos(\alpha + \beta) + i\,\operatorname{sen}(\alpha + \beta))$$

Teorema de Moivre:

Si $w \in C$, $w \neq 0$, una raíz n-ésima de w es un número $z \in C$ tal que $z^n = w$. Si z es una raíz n-ésima de w, entonces:

$$z = |w|^{\frac{1}{n}}\left(\cos\left(\frac{\arg(w) + 2k\pi}{n}\right) + i\operatorname{sen}\left(\frac{\arg(w) + 2k\pi}{n}\right)\right)$$

para algún entero k tal que $0 \leq k \leq n - 1$.



ALEJANDRÍA
ACADEMIA DIGITAL

EJERCICIO

Escribir en forma binómica todos los z ∈ C tales que $z^2 = 3 + 4i$.

$z^2 = 3 + 4i \rightarrow z = \sqrt{3+4i} \rightarrow w = 3 + 4i.$

Como la raíz es cuadrada, existen dos resultados (para k = 0 y para k = 1).

$$|w| = \sqrt{3^2+4^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$$

$$cos\left(arg(w)\right) = \frac{a}{|w|} \rightarrow cos\left(arg(w)\right) = \frac{3}{5}$$

$$sen\left(arg(w)\right) = \frac{b}{|w|} \rightarrow sen\left(arg(w)\right) = \frac{4}{5}$$

$$arg(w) = 0{,}927\ rad$$

Hay que trabajar con el ángulo en radianes.

$$z = |w|^{\frac{1}{n}}\left(cos\left(\frac{arg(w)+2k\pi}{n}\right) + isen\left(\frac{arg(w)+2k\pi}{n}\right)\right)$$

EJERCICIO

Escribir en forma binómica todos los $z \in C$ tales que $z^2 = 3 + 4i$.

Existen dos resultados (para k = 0 y para k = 1).

$$|w| = 5$$

$$arg(w) = 0{,}927 \text{ rad}$$

$$z = |w|^{\frac{1}{n}}\left(\cos\left(\frac{arg(w) + 2k\pi}{n}\right) + i\,sen\left(\frac{arg(w) + 2k\pi}{n}\right)\right)$$

$$z_0 = 5^{\frac{1}{2}}\left(\cos\left(\frac{0{,}927 + 2(0)\pi}{2}\right) + i\,sen\left(\frac{0{,}927 + 2(0)\pi}{2}\right)\right) \rightarrow$$

$$z_0 = \sqrt{5}\left(\cos\left(\frac{0{,}927}{2}\right) + i\,sen\left(\frac{0{,}927}{2}\right)\right) \rightarrow$$

$$z_0 = \sqrt{5}(\cos(0{,}4635) + i\,sen(0{,}4635))$$

$$z_0 = 2 + i$$

EJERCICIO

Escribir en forma binómica todos los z ∈ C tales que $z^2 = 3 + 4i$.

Existen dos resultados (para k = 0 y para k = 1).

$$|w| = 5$$

$$\arg(w) = 0{,}927 \text{ rad}$$

$$z = |w|^{\frac{1}{n}}\left(cos\left(\frac{arg(w) + 2k\pi}{n}\right) + isen\left(\frac{arg(w) + 2k\pi}{n}\right)\right)$$

$$z_1 = 5^{\frac{1}{2}}\left(cos\left(\frac{0{,}927 + 2(1)\pi}{2}\right) + isen\left(\frac{0{,}927 + 2(1)\pi}{2}\right)\right) \rightarrow$$

$$z_1 = \sqrt{5}\left(cos\left(\frac{7{,}210}{2}\right) + isen\left(\frac{7{,}210}{2}\right)\right) \rightarrow$$

$$z_1 = \sqrt{5}(cos(3{,}605) + isen(3{,}605))$$

$$z_1 = -2 - i$$

ALEJANDRÍA
ACADEMIA DIGITAL

GRACIAS POR TU ATENCIÓN