

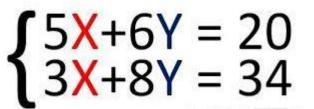
$$\begin{cases} x+3y = 7 & [1 & 3 & 7] \\ 5x-y = 3 & [5 & -1 & 3] \end{cases}$$

## MATRICES: MÉTODO DE ELIMINACIÓN DE GAUSS

ÁLGEBRA CBC (INGENIERÍA) EFRAÍN CAMACHO



## **DEFINICIONES Y PROPIEDADES**



## Sistemas lineales:

El Método de Eliminación de Gauss para resolver sistemas lineales consiste en llevar la matriz aumentada del sistema planteado, vía la aplicación sistemática de operaciones elementales sobre sus filas, a la forma escalonada en las filas reducida. La resolución del sistema resultante, que es equivalente al original, es inmediata.



Resolver por el método de eliminación de Gauss el sistema cuya matriz ampliada es (A|b).

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 2 \end{pmatrix} \qquad b = (1,2)$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & | 1 \\ 2 & 3 & 2 & | 2 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_2 - 2F_1} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & | 1 \\ 0 & -1 & -4 & | 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1 \\ -x_2 - 4x_3 = 0 \end{cases}$$

Despejando  $x_2$  de la 2° ecuación:  $-x_2 = 4x_3 \rightarrow x_2 = -4x_3$ Sustituyendo en la 1° ecuación:  $x_1 + 2(-4x_3) + 3x_3 = 1 \rightarrow x_1 - 8x_3 + 3x_3 = 1 \rightarrow x_1 - 5x_3 = 1 \rightarrow x_1 = 1 + 5x_3$ Las soluciones son de la forma  $(x_1, x_2, x_3) = (1 + 5x_3, -4x_3, x_3)$ . Infinitas soluciones: Sistema compatible indeterminado.



Resolver por el método de eliminación de Gauss el sistema cuya matriz ampliada es (A|b).

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad b = (3, 1, -1)$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_2 - F_1 \to F_2} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ 0 & -1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \xrightarrow{F_3 - F_1 \to F_3}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & -2 & 2 \\ \end{pmatrix} \xrightarrow{F_3 - 2F_2 \to F_3} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ \end{pmatrix} \xrightarrow{F_3 - 2F_2 \to F_3} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ \end{pmatrix} \xrightarrow{F_3 - 2F_2 \to F_3} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ \end{pmatrix} \xrightarrow{F_3 - 2F_2 \to F_3} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ \end{pmatrix} \xrightarrow{F_3 - 2F_2 \to F_3} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ \end{pmatrix} \xrightarrow{F_3 - 2F_2 \to F_3} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ \end{pmatrix} \xrightarrow{F_3 - 2F_2 \to F_3} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ \end{pmatrix} \xrightarrow{F_3 - 2F_2 \to F_3} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ \end{pmatrix} \xrightarrow{F_3 - 2F_2 \to F_3} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ \end{pmatrix} \xrightarrow{F_3 - 2F_2 \to F_3} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ \end{pmatrix} \xrightarrow{F_3 - 2F_2 \to F_3} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ \end{pmatrix} \xrightarrow{F_3 - 2F_2 \to F_3} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ \end{pmatrix} \xrightarrow{F_3 - 2F_2 \to F_3} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \\ \end{pmatrix} \xrightarrow{F_3 - 2F_2 \to F_3} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \\ \end{pmatrix} \xrightarrow{F_3 - 2F_2 \to F_3} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \\ \end{pmatrix} \xrightarrow{F_3 - 2F_2 \to F_3} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \\ \end{pmatrix} \xrightarrow{F_3 - 2F_2 \to F_3} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \\ \end{pmatrix} \xrightarrow{F_3 - 2F_2 \to F_3} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \\ \end{pmatrix} \xrightarrow{F_3 - 2F_2 \to F_3} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \\ \end{pmatrix} \xrightarrow{F_3 - 2F_2 \to F_3} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \\ \end{pmatrix} \xrightarrow{F_3 - 2F_2 \to F_3} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \\ \end{pmatrix} \xrightarrow{F_3 - 2F_2 \to F_3} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \\ \end{pmatrix} \xrightarrow{F_3 - 2F_2 \to F_3} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \\ \end{pmatrix} \xrightarrow{F_3 - 2F_2 \to F_3} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \\ \end{pmatrix} \xrightarrow{F_3 - 2F_2 \to F_3} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \\ \end{pmatrix} \xrightarrow{F_3 - 2F_2 \to F_3} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \\ \end{pmatrix} \xrightarrow{F_3 - 2F_2 \to F_3} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \\ \end{pmatrix} \xrightarrow{F_3 - 2F_2 \to F_3} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \\ \end{pmatrix} \xrightarrow{F_3 - 2F_2 \to F_3} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \\ \end{pmatrix} \xrightarrow{F_3 - 2F_2 \to F_3} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \\ \end{pmatrix} \xrightarrow{F_3 - 2F_2 \to F_3} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \\ \end{pmatrix} \xrightarrow{F_3 - 2F_2 \to F_3} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \\ \end{pmatrix} \xrightarrow{F_3 - 2F_2 \to F_3} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \\ \end{pmatrix} \xrightarrow{F_3 - 2F_2 \to F_3} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \\ \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 3 \\ -x_2 = -2 \\ 2x_3 = 0 \end{cases}$$

**EJERCICIO** 

De la 3° ecuación:  $x_3 = 0$ . De la 2° ecuación:  $x_2 = 2$ .

Sustituyendo en la 1º ecuación:  $x_1 + 2(2) - 0 = 3 \rightarrow x_1 + 4 = 3 \rightarrow x_1 = -1$ Solución: (-1,2,0). Una sola solución. Sistema compatible determinado.



## GRACIAS POR TU ATENCIÓN