ALEJANDRÍA
ACADEMIA DIGITAL

$$(x^2 - 3x + 5) + \cdots$$
$$\cdots (2x^2 - 7x - 4)$$

POLINOMIOS: TEOREMA DEL RESTO

ÁLGEBRA CBC (INGENIERÍA)
EFRAÍN CAMACHO

ALEJANDRÍA
ACADEMIA DIGITAL

TEOREMA DEL RESTO

Sean $P \in K[x]$ y $z \in K$. Entonces, el resto de la división de P por $x - z$ es igual a $P(z)$.
En particular, z es raíz de P si y sólo si $x - z$ divide a P (resto 0).

ALEJANDRÍA
ACADEMIA DIGITAL

EJERCICIO

Hallar el cociente y el resto de la división de P por Q.

a) $P = 2x^4 - 15x^2 - 5x + 1$, $Q = x - 3$

En este caso, $z = 3$.

Aplicando Ruffini:

P debe estar completo y ordenado: $2x^4 + 0x^3 - 15x^2 - 5x + 1$

	2	0	-15	-5	1
3		6	18	9	12
	2	6	3	4	13

El último resultado es el Resto: $R = 13$

El cociente se forma con los resultados restantes formando un polinomio de grado igual al gr(P) – 1:

$C: 2x^3 + 6x^2 + 3x + 4$

ALEJANDRÍA
ACADEMIA DIGITAL

EJERCICIO

Hallar el cociente y el resto de la división de P por Q.
b) $P = x^5 - 2x^3 + 4x^2 - 3x + 4,\ Q = x^2 + 1$
Este ejercicio se resuelve aplicando el algoritmo de la división.

$$
\begin{array}{r|l}
x^5 + 0x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 3x + 4 & x^2 + 0x + 1 \\
\cline{2-2}
-x^5 - 0x^4 - x^3 \qquad\qquad\qquad & x^3 \ - 3x + 4 \\
\cline{1-1}
0x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 3x \quad & \\
3x^3 + 0x^2 + 3x \quad & \\
\cline{1-1}
4x^2 + 0x + 4 & \\
-4x^2 - 0x - 4 & \\
\cline{1-1}
0 &
\end{array}
$$

Resto: $R = 0$
C: $x^3 - 3x + 4$

EJERCICIO

Hallar el cociente y el resto de la división de P por Q.

b) $P = 4x^5 + x^3 + x + 1$, $Q = 2x^2 - x + 1$

Este ejercicio se resuelve aplicando el algoritmo de la división.

$$
\begin{array}{rrrrrr|l}
4x^5 & +\,0x^4 & +\,x^3 & +\,0x^2 & +\,x & +\,1 & 2x^2 - x + 1 \\ \cline{7-7}
-4x^5 & +\,2x^4 & -\,2x^3 & & & & 2x^3 + x^2 - \tfrac{1}{2} \\ \cline{1-6}
 & 2x^4 & -\,x^3 & +\,0x^2 & & & \\
 & -2x^4 & +\,x^3 & -\,x^2 & & & \\ \cline{2-6}
 & & & -\,x^2 & +\,x & +\,1 & \\
 & & & x^2 & -\,\tfrac{1}{2}x & +\,\tfrac{1}{2} & \\ \cline{3-6}
 & & & & \tfrac{1}{2}x & +\,3/2 & \\
\end{array}
$$

Resto: $R = \tfrac{1}{2}x + 3/2$

C: $2x^3 + x^2 - \tfrac{1}{2}$

ALEJANDRÍA
ACADEMIA DIGITAL

EJERCICIO

Determinar todos los $a \in R$ tales que $x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 8x - 8$ es divisible por $x^2 + a$.

Se buscan todos los a tales que $x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 8x - 8 = (x^2 + a)Q$.
El polinomio Q será de la forma $Q = bx^2 + cx + d$, ya que la suma de los grados del polinomio y de Q deben se igual al grado de P.

$$x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 8x - 8 = (x^2 + a)(bx^2 + cx + d)$$
$$x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 8x - 8 = bx^4 + cx^3 + dx^2 + abx^2 + acx + ad$$
$$x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 8x - 8 = bx^4 + cx^3 + (d + ab)x^2 + acx + ad$$

Igualando coeficientes:

$$1 = b \rightarrow b = 1$$
$$-2 = c \rightarrow c = -2$$
$$2 = d + ab \rightarrow 2 = d + a(1) \rightarrow 2 = d + a$$
$$-8 = ac \rightarrow -8 = a(-2) \rightarrow a = -8/-2 \rightarrow a = 4$$
$$-8 = ad \rightarrow -8 = 4d \rightarrow d = -8/4 \rightarrow d = -2$$
$$2 = d + a \rightarrow 2 = -2 + 4 \rightarrow 2 = 2 \text{ (Se cumple)}$$
$$a = 4$$

Dividendo:
Divisor

ALEJANDRÍA
ACADEMIA DIGITAL

Polinomio Dividendo (P)	Polinomio Divisor ($x^2 + a$)
Resto (R)	Polinomio Cociente (Q)

Polinomio Dividendo (P) = Divisor x Cociente + Resto

División exacta R = 0

Polinomio Dividendo (P) = Divisor x Cociente
Polinomio Dividendo (P) = Divisor x Q
Grado P = Grado divisor + grado Q
4 = 2 + grado Q

Q(x) es de grado 2: $bx^2 + cx + d$

Dividendo: Divisor

ALEJANDRÍA
ACADEMIA DIGITAL

EJERCICIO

Determinar todos los $a \in R$ tales que $P(x) = 2x^4 - 3ax^2 + 1 - 5a$ tenga a cero como raíz.

Si cero es raíz de P(x), entonces P(0) = 0:

$$2(0)^4 - 3a(0)^2 + 1 - 5a = 0$$
$$0 - 0 + 1 - 5a = 0$$
$$1 - 5a = 0$$
$$-5a = -1$$
$$a = 1/5$$

GRACIAS POR TU ATENCIÓN