


$$\begin{cases} x+3y=7 \\ 5x-y=3 \end{cases} \quad \begin{bmatrix} 1 & 3 & 7 \\ 5 & -1 & 3 \end{bmatrix}$$


# MATRICES: RESOLUCIÓN DE SISTEMAS LINEALES

**ÁLGEBRA CBC (INGENIERÍA)**  
**EFRAÍN CAMACHO**

**Determinar todos los  $a \in R$  para los que  $(a, -a, a - 1)$  es solución del sistema**

$$\begin{cases} x_1 - x_3 = 1 \\ 2x_1 + 2x_2 = 0 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a - (a - 1) = 1 \\ 2a + 2(-a) = 0 \\ 2a + (-a) + 3(a - 1) = 5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a - a + 1 = 1 \\ 2a - 2a = 0 \\ 2a - a + 3a - 3 = 5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 1 = 1 \\ 0 = 0 \\ 4a - 3 = 5 \end{cases}$$

$$4a - 3 = 5 \rightarrow 4a = 5 + 3 \rightarrow 4a = 8 \rightarrow a = 8/4 \rightarrow a = 2$$

**EJERCICIO**

## DEFINICIONES Y PROPIEDADES

$$\begin{cases} 5X + 6Y = 20 \\ 3X + 8Y = 34 \end{cases}$$

**Sistemas lineales:**

**La matriz de coeficientes del sistema es  $A = (a_{ij})$  y la matriz ampliada o matriz aumentada del sistema es:**

$$(A|b) = \left( \begin{array}{cccc|c} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} & b_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} & b_m \end{array} \right)$$

**Se dice que dos sistemas de ecuaciones son equivalentes cuando tienen el mismo conjunto de soluciones.**

**Las siguientes operaciones sobre las ecuaciones de un sistema dan lugar a un sistema equivalente al dado:**

- 1. Multiplicar una de las ecuaciones por una constante no nula.**
- 2. Intercambiar dos de las ecuaciones.**
- 3. Sumar un múltiplo de una de las ecuaciones a otra ecuación.**

## DEFINICIONES Y PROPIEDADES

$$\begin{cases} 5X+6Y = 20 \\ 3X+8Y = 34 \end{cases}$$

### **Sistemas lineales:**

**Las operaciones anteriores sobre las ecuaciones se corresponden con las siguientes operaciones sobre las filas de la matriz aumentada del sistema. Se denominan operaciones elementales sobre las filas:**

- 1. Multiplicar una de las filas por una constante no nula.**
- 2. Intercambiar dos de las filas.**
- 3. Sumar un múltiplo de una de las filas a otra fila.**

**Se dice que una matriz se encuentra en la forma escalonada en las filas reducida si se cumplen las siguientes condiciones:**

- 1. Si una fila no consta únicamente de ceros, entonces su primer coeficiente no nulo es un 1 (a este se lo denomina 1 principal).**
- 2. Si existen filas que constan sólo de ceros (filas nulas), se agrupan en la parte inferior de la matriz.**
- 3. Si dos filas sucesivas son nulas, el 1 principal de la fila inferior se presenta más a la derecha que el 1 principal de la fila superior.**
- 4. Cada columna que contenga un 1 principal tiene ceros en todas las demás posiciones.**

**Si una matriz tiene solo las propiedades 1, 2 y 3, se dice que está en la forma escalonada en las filas.**

**Obtener un sistema equivalente al dado, cuya matriz ampliada sea escalonada en las filas reducida.**

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 2 \\ 2x_1 + 2x_2 + x_3 = -1 \\ -x_1 + 2x_2 + 2x_3 = -1 \end{cases}$$

**Se construye la matriz ampliada del sistema:**

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 2 \\ \textcircled{2} & 2 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & 2 & -1 \end{array} \right)$$

**Se toma el  $a_{11} = 1$  como elemento principal de la 1° fila. El primer elemento a transformar en 0 es el  $a_{21} = 2$ .**

**Para lograrlo, se multiplica la fila 1 por -2 y se suma con la segunda fila, el resultado se coloca en la segunda fila:**

$$\xrightarrow{F_2 - 2F_1 \rightarrow F_2} \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & -2 & -1 & -5 \\ -1 & 2 & 2 & -1 \end{array} \right)$$

**EJERCICIO**

**Obtener un sistema equivalente al dado, cuya matriz ampliada sea escalonada en las filas reducida.**

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 2 \\ 2x_1 + 2x_2 + x_3 = -1 \\ -x_1 + 2x_2 + 2x_3 = -1 \end{cases}$$

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & -2 & -1 & -5 \\ -1 & 2 & 2 & -1 \end{array} \right)$$

**El próximo elemento a convertir en cero es  $a_{31} = -1$ .**

**Para lograrlo, se suma la fila 1 con la fila 3, y el resultado se coloca en la fila 3:**

$$\xrightarrow{F_1 + F_3 \rightarrow F_3} \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & -2 & -1 & -5 \\ 0 & 4 & 3 & 1 \end{array} \right)$$

**Obtener un sistema equivalente al dado, cuya matriz ampliada sea escalonada en las filas reducida.**

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 2 \\ 2x_1 + 2x_2 + x_3 = -1 \\ -x_1 + 2x_2 + 2x_3 = -1 \end{cases}$$

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & -2 & -1 & -5 \\ 0 & 4 & 3 & 1 \end{array} \right)$$

**El próximo elemento a convertir en cero es  $a_{32} = 4$ .**

**Para lograrlo, se multiplica por 2 la fila 2 y se suma a la fila 3.**

**El resultado se coloca en la fila 3:**

$$\xrightarrow{F_3+2F_2} \left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & -2 & -1 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & -9 \end{array} \right) \rightarrow \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 2 \\ -2x_2 - x_3 = -5 \\ x_3 = -9 \end{cases}$$

**EJERCICIO**



**GRACIAS POR TU ATENCIÓN**

