ALEJANDRÍA
ACADEMIA DIGITAL

$$\begin{cases} x+3y=7 \\ 5x-y=3 \end{cases} \qquad \begin{bmatrix} 1 & 3 & 7 \\ 5 & -1 & 3 \end{bmatrix}$$

MATRICES

ÁLGEBRA CBC (INGENIERÍA)

EFRAÍN CAMACHO

ALEJANDRÍA
ACADEMIA DIGITAL

DEFINICIONES Y PROPIEDADES

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

Matrices:

Dados los números naturales m y n, una matriz de m filas y n columnas con coeficientes reales es un arreglo rectangular:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}, \text{ donde } a_{ij} \in R.$$

Se llaman filas de A las n-uplas $A_i = (a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{in})$ ***con*** $i = 1, \dots, m$.

Se llaman columnas de A las m-uplas $A_j = (a_{1j}, a_{2j}, \dots, a_{mj})$ ***con*** $j = 1, \dots, n$.

Al número que está en la fila i y la columna j de la matriz se llama elemento ij de A y lo notamos a_{ij}.

Se nota R^{mxn} ***al conjunto de matrices de m filas y n columnas con coeficientes reales.***

Si $A = (a_{ij}) \in R^{mxn}$, ***la matriz transpuesta de A es la matriz*** $A^t \in R^{nxm}$ ***que tiene como filas a las columnas de A.***

En el conjunto R^{mxn}, ***están definidas la suma y el producto por escalares de la siguiente manera:***

Si $A = (a_{ij}) \in R^{mxn}$, $B = (b_{ij}) \in R^{mxn}$ ***y*** $k \in R$, ***entonces:***

$$A + B = (a_{ij} + b_{ij}) \in R^{mxn};\ kA = (ka_{ij}) \in R^{mxn}$$

Es decir, suma y producto por escalares se calculan elemento a elemento.

ALEJANDRÍA
ACADEMIA DIGITAL

DEFINICIONES Y PROPIEDADES

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

Matrices:

Si $A = (a_{ij}) \in R^{mxn}$ y $b = (b_{ij}) \in R^{nxs}$, se define el producto de A por B como:

$$AB = C = (c_{ij}) \in R^{mxs}$$

Donde c_{ij} es igual al producto escalar de la fila i de A por la columna j de B:

$$c_{ij} = (\text{fila } i \text{ de } A) \cdot (\text{columna } j \text{ de } B)$$

Es posible calcular AB si y sólo si la cantidad de columnas de A coincide con la cantidad de filas de B.

Dadas las siguientes matrices, efectuar, cuando sea posible, los cálculos indicados.

$$A=\begin{pmatrix}2 & -2\\ 1 & 3\\ 1 & 0\end{pmatrix};\ B=\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ 2 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\end{pmatrix};\ C=\begin{pmatrix}1 & 1 & -1\\ 2 & 1 & -1\\ 0 & 1 & 0\end{pmatrix};$$

$$D=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 0 & -2\end{pmatrix};\ E=\begin{pmatrix}2 & 2 & 1\\ 1 & -1 & 0\end{pmatrix}$$

a)B + C; b)2A - E^t; c)BA; d)AB; e)ED; f)(EA)^t

a)B + C

$$\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ 2 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1 & 1 & -1\\ 2 & 1 & -1\\ 0 & 1 & 0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2 & 3 & 2\\ 4 & 1 & -1\\ 0 & 2 & 0\end{pmatrix}$$

b)2A – E^t

$$2A=2\cdot\begin{pmatrix}2 & -2\\ 1 & 3\\ 1 & 0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4 & -4\\ 2 & 6\\ 2 & 0\end{pmatrix}$$

$$E^t=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 2 & -1\\ 1 & 0\end{pmatrix}$$

$$2A-E^t=\begin{pmatrix}4 & -4\\ 2 & 6\\ 2 & 0\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}2 & 1\\ 2 & -1\\ 1 & 0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2 & -5\\ 0 & 7\\ 1 & 0\end{pmatrix}$$

EJERCICIO

ALEJANDRÍA
ACADEMIA DIGITAL

Dadas las siguientes matrices, efectuar, cuando sea posible, los cálculos indicados.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 1 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}; C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix};$$

$$D = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}; E = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

a)B + C; b)2A - E^t; c)BA; d)AB; e)ED; f)$(EA)^t$

c)BA

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 1 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1\cdot 2 + 2\cdot 1 + 3\cdot 1 & 1\cdot(-2) + 2\cdot 3 + 3\cdot 0 \\ 2\cdot 2 + 0\cdot 1 + 0\cdot 1 & 2\cdot(-2) + 0\cdot 3 + 0\cdot 0 \\ 0\cdot 2 + 1\cdot 1 + 0\cdot 1 & 0\cdot(-2) + 1\cdot 3 + 0\cdot 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 4 \\ 4 & -4 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

d)AB

$$\begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 1 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

No se puede realizar porque el número de columnas de la primera matriz no coincide con el número de filas de la segunda matriz.

EJERCICIO

ALEJANDRÍA
ACADEMIA DIGITAL

Dadas las siguientes matrices, efectuar, cuando sea posible, los cálculos indicados.

$$A=\begin{pmatrix}2 & -2\\ 1 & 3\\ 1 & 0\end{pmatrix};B=\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ 2 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\end{pmatrix};C=\begin{pmatrix}1 & 1 & -1\\ 2 & 1 & -1\\ 0 & 1 & 0\end{pmatrix};$$

$$D=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 0 & -2\end{pmatrix};E=\begin{pmatrix}2 & 2 & 1\\ 1 & -1 & 0\end{pmatrix}$$

a)B + C; b)2A - E^t; c)BA; d)AB; e)ED; f)(EA)^t

e)ED

$$\begin{pmatrix}2 & 2 & 1\\ 1 & -1 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2 & 1\\ 0 & -2\end{pmatrix}$$

No se puede realizar porque el número de columnas de la primera matriz no coincide con el número de filas de la segunda matriz.

d)(EA)^t

$$\begin{pmatrix}2 & 2 & 1\\ 1 & -1 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2 & -2\\ 1 & 3\\ 1 & 0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\cdot 2+2\cdot 1+1\cdot 1 & 2\cdot(-2)+2\cdot 3+1\cdot 0\\ 1\cdot 2+(-1)\cdot 1+0\cdot 1 & 1\cdot(-2)+(-1)\cdot 3+0\cdot 0\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}7 & 2\\ 1 & -5\end{pmatrix}\rightarrow(EA)^t=\begin{pmatrix}7 & 1\\ 2 & -5\end{pmatrix}$$

EJERCICIO

ALEJANDRÍA
ACADEMIA DIGITAL

GRACIAS POR TU ATENCIÓN